

# Etkileşimleri Test Etmek İçin Hizalanmış Sıra Sayıları Dönüşüm Yöntemleri

## Aligned Rank Transform Methods for Testing Interactions

İsmet DOĞAN<sup>a</sup>, Nurhan DOĞAN<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Afyonkarahisar Sağlık Bilimleri Üniversitesi Tıp Fakültesi, Biyoistatistik ve Tıbbi Bilişim ABD, Afyonkarahisar, TÜRKİYE

**ÖZET Amaç:** Bu makalenin amacı, normallik varsayımının sağlanmadığı faktöriyel deneme desenlerinde etkileşim teriminin önemlilik testi için uygulaması kolay ve etkili olan hizalanmış sıra sayıları dönüşümü işlemini tanıtmaktır. **Gereç ve Yöntemler:** Birçok istatistiksel testin geçerliliği, gözlemlerin normal dağıldığı varsayımına bağlıdır. Ancak incelenen birçok karmaşık özellik, normal olmayan dağılımlara sahiptir. Dağılımın normal olmadığı durumlarda kullanılan çeşitli yaklaşımlar mevcuttur. Normallik veya varyansların homojenliğini ihlal eden verilerin söz konusu olduğu durumlarda, başlangıçta sıra sayısı dönüşümleri alternatif olarak önerilmiştir. Sıra sayıları dönüşüm işleminin dikkate alındığı çalışmalarda önce orijinal gözlemler sıra sayılarına dönüştürülmekte, ardından da sıra sayıları üzerinde parametrik bir istatistik hesaplanmaktadır. **Bulgular:** Hem en küçük kareler tekniğine hem de sıra dönüşüm işlemine alternatif bir yöntem, hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemidir. Hizalanmış sıralama dönüşümü, hem normallik gibi varsayım ihlallerinin etkisini en aza indirmekte hem de sıralama dönüşümü için bir sorun olan etkileşim terimlerinin önemlilik testine olanak sağlamaktadır. Hizalanmış sıra sayıları işlemine dayalı testler sağlam ve güçlü testlerdir. Bu işlem, varsayım ihlallerine ve aykırı değerlere karşı duyarlı değildir. **Sonuç:** Hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemlerinin klasik varyans analizi işlemlerine karşı bilinen en iyi alternatifler olduğu ve normallik varsayımlarının şüpheli olduğu durumlarda kullanılması gerektiği sonucuna varılmıştır.

**ABSTRACT Objective:** The purpose of this article is to introduce aligned rank transform which is easy and effective to apply for the significance test of interaction term in factorial experimental design where normality assumption is not provided. **Material and Methods:** The validity of many statistical tests depends on the assumption that observations are normally distributed. But, many complex traits studied have non-normal distributions. Several approaches exist to respond to non-normality. Rank transformations were initially proposed as an alternative when dealing with data that violated normality or homogeneity of variances. In studies where the rank transformation is taken into consideration, the original observations are first converted into ranks, and then a parametric statistics is calculated on the ranks. **Results:** An alternative method to both the least squares technique and the rank transform process is the aligned rank transform procedure. The aligned rank transform minimizes the effect of violations of assumptions such as normality, but does not suffer some of the same problems of the rank transform, such as introducing interactions when they are not present or removing interactions when they are present. The aligned rank transform is a robust and powerful technique. This method is not sensitive to outliers and violations of assumptions on error distribution. **Conclusion:** It concluded that the aligned rank transform procedures appear to be the best known alternatives to the classical analysis of variance procedures, and should be used in situations where the assumptions of normality is suspect.

**Anahtar kelimeler:** İstatistiksel analiz;  
nonparametrik etkileşim testleri;  
hizalanmış sıra sayısı testi; faktöriyel analiz

**Keywords:** Statistical analysis;  
nonparametric interaction tests;  
aligned rank test; factorial analysis

Parametrik olmayan testlerin, parametrik testlere göre daha az tercih edilmeleri için bildirilen nedenler genel olarak parametrik testlerin normallik varsayımı açısından son derece sağlam olması, parametrik olmayan testlerin parametrik muadillerinden daha az güçlü olması ve karmaşık araştırma tasarımları için parametrik olmayan testlerin azlığı şeklinde sıralanmaktadır. Bu nedenlerden dolayı homojen varyanslara ve normal dağılıma sahip veriler için geçerli olan parametrik testler, araştırmalarda yaygın olarak

**Correspondence:** Nurhan DOĞAN  
Afyonkarahisar Sağlık Bilimleri Üniversitesi Tıp Fakültesi, Biyoistatistik ve Tıbbi Bilişim ABD, Afyonkarahisar, TÜRKİYE/TURKEY  
**E-mail:** nurhandogan@hotmail.com



Peer review under responsibility of Türkiye Klinikleri Journal of Biostatistics.

**Received:** 18 Sep 2020 **Received in revised form:** 30 Oct 2020 **Accepted:** 02 Nov 2020 **Available online:** 29 Apr 2021

2146-8877 / Copyright © 2021 by Türkiye Klinikleri. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

kullanılmaktadır. Yaygın olarak kullanılmalarına rağmen parametrik testlerin kullanılabilmesi için bağımlı değişkenlerin dağılımının normal, varyansın farklı deney koşulları (homoscedastic) arasında karşılaştırılabilir, örnekleme yönteminin basit rastgele ve nihayet bağımlı değişkenin en azından aralık ölçeği ile ölçülmesi gerekmektedir.<sup>1</sup> Özellikle normallikten önemsiz düzeydeki sapmaların söz konusu olduğu durumlarda parametrik testler sağlam olsa da normallikten önemli bir sapma testin gücünü azaltmakta ve Tip 1 hata olasılığını artırmaktadır. Normal dağılıma sahip olmayan verileri normalleştirmek için sıklıkla kullanılan dönüşümler zaman alıcı, hantal, kafa karıştırıcı ve her zaman başarılı olmayabilir. Parametrik olmayan testler ise etkileşim terimini değerlendirmek için uygun değildir. Hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemi, normallik varsayımının sağlanmadığı durumlarda parametrik testler kullanarak, etkileşim ve ana etkilerin önemliliklerinin test edilmesini sağlamaktadır.<sup>2</sup> Normallik varsayımının sağlanmadığı bir popülasyondan elde edilen 2 veya daha fazla faktör seviyesine ilişkin verilerin, olağan bir parametrik test tarafından analiz edildiği deneyden elde edilen sonuçlar yanıltıcı olabilir veya bu testler en güçlü testler olmayabilir. Bu gibi durumlarda verilerin uygun veri dönüştürme tekniği kullanılarak dönüştürülmesi veya parametrik olmayan testler kullanılması daha iyi tahmin sağlayabilir. Hizalanmış sıra sayıları dönüşümü, hem ana hem de etkileşim etkileri için doğru parametrik olmayan çözümler sağlamakta ve bu sorunları gidermektedir. Hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemi Higgins ve Tashtoush tarafından popüler hâle getirilmiş ve yöntem parametrik olmayan faktöriyel deneyler için birçok araştırmacı tarafından etkileşim teriminin önemliliğinin test edilmesinde sağlam bir yöntem olarak kullanılmıştır.<sup>3,4</sup> Higgins ve ark., geleneksel sıra sayısı tabanlı parametrik olmayan yöntemlerin bir uzantısı olarak olası etkileşimlere sahip çok faktörlü deney düzenleri için hizalanmış sıra sayıları dönüşümü yöntemini önermişlerdir.<sup>5</sup> Hizalanmış sıra sayıları dönüşümü yöntemi, gerek normal dağılıma sahip gerekse normal dağılıma sahip olmayan verilerin söz konusu olduğu durumlar için tam faktöriyel tasarımlar (Salter ve Fawcett), bölünmüş parseller tasarımları (Beasley ve Zumbo) ve tekrarlanan ölçüm tasarımları (Beasley) gibi çeşitli deneysel tasarımlarda kullanılmıştır.<sup>6-8</sup> Hizalama amacıyla ortalama, medyan, Winsorize ortalama, Huber ve Harrell-Davis istatistikleri kullanılmaktadır.<sup>9</sup> Eşitlik 2 ile verilen hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemi, F-testlerinin kullanılmasından önce bir hizalama ve sıralama adımına dayanmaktadır. İşleme göre önce gözlemlerin tamamından ilgili değişken düzeylerinin ortalamaları çıkartılıp genel ortalama eklenerek hizalama işlemi yapılır. Daha sonra hizalanmış değerlere sıra sayıları verilir ve F-testi hizalanmış sıra sayıları kullanılarak gerçekleştirilir. Tamamen randomize bir tasarımda 2 faktörün etkilerini araştırmak için parametrik bir yöntem olan varyans analizine güçlü alternatifler bulmak için birçok girişimde bulunulmuştur. Bu girişimlerden ilki, sıra sayıları dönüşümü kullanmaktır. Sıra sayıları dönüşümü yöntemi, gözlem değerlerinin yerine gözlem değerlerine karşılık gelen sıra sayılarına en küçük kareler yönteminin uygulanmasıdır. Sıra sayıları dönüşüm yönteminin etkileşim için geçerli bir test üretmediği bilinmektedir. Sıralama dönüşümü monotonik olduğundan, sıralama dönüşümleri yapıldıktan sonra etkileşim ve ana etki ilişkilerinin devam etmesi beklenmemelidir.<sup>10</sup> Sıra sayıları dönüşüm yaklaşımı basit durumlar için iyi sonuçlar verirken, etkileşimin söz konusu olduğu durumlar için yöntemin potansiyel kusurları söz konusudur. Sıra sayıları dönüşüm işleminin bu zafiyetini gidermek için 2. yaklaşım olarak sıra sayısı verilmeden önce gözlemlerin hizalandığı ardından sıra sayıları dönüşümünün uygulandığı bir başka yaklaşım önerilmiştir. Hizalanmış sıra sayıları dönüşümü olarak isimlendirilen bu yaklaşımın, sıra sayıları dönüşümüyle ilgili temel sorunları hafiflettiği gösterilmiştir.<sup>11</sup> Faktöriyel tasarımlarda etkileşim için hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işleminin sağlam ve kullanımının kolay olduğu ve bu dönüşüm işleminin en küçük kareler tekniğine karşı güçlü ve sağlam bir alternatif olduğu belirtilmektedir.<sup>12,13</sup> Çok değişkenli deneylerde etkileşimleri test etmek önemli bir işlemdir. Araştırmalarda kullanılan verilerin çoğunun normal dağılıma sahip olmadığı, dolayısıyla parametrik test varsayımlarının ihlal edildiği bilinmektedir. Çalışmada dikkate alınan faktörlere ait istatistikler (ortalama, medyan vb.) kullanılarak hizalama işleminin gerçekleştirildiği durumlarda kullanılan parametrik testlerin, bu dönüşüm işlemi gerçekleştirilmeden uygulanan parametrik testlere göre Tip 1 hata oranlarına dayanıklı ve daha fazla güce sahip olduğu bulunmuştur.<sup>9</sup> Bu makalenin amacı, normallik varsayımının sağlanmadığı faktöriyel deneme desenlerinde etkileşim teriminin önemlilik testi için

uygulanması kolay ve etkili olan hizalanmış sıra sayıları dönüşümü işlemini tanıtmaktadır. Makalede, Helsinki Deklarasyonu Prensipleri dikkate alınmıştır.

## GEREÇ VE YÖNTEMLER

Etkileşim, sezgisel olarak bir faktörün etkisinin diğer faktörlere de bağlı olduğu anlamına gelmektedir. Parametrik olmayan etkileşim testleri, medyan veya sıra sayıları gibi sıra seviyeli bilgilere dayanmaktadır. Etkileşim parametrik olmayan testlerde de aynı parametrik testlerde olduğu gibi yorumlanmaktadır. Bir başka ifade ile test edilen etkileşim hipotezi,  $\alpha\beta_{ik}$  ortalamaları yerine  $\alpha\beta_{ik}$  medyanlarındaki farkı ifade eder. Faktöriyel tasarımlarda etkileşim terimlerinin parametrik olmayan analizi için çeşitli yöntemler önerilmiştir. Bunlar,

- İndirgeme Testi
- Rastgelelik Testi
- Moment Yaklaşım Testi
- Sıra Sayıları Dönüşüm Testi
- Rastgele Normal ve Beklenen Normal Skor Dönüşüm Testi
- Düzeltilmiş Sıra Sayıları Dönüşüm Testi
- Hizalanmış Sıra Sayılarına Dayalı Testler
- L Testi, Genişletilmiş Medyan Testi, Patel-Hoel Testi

şeklinde sıralanabilir.<sup>14</sup> Yöntemlerin hemen tamamında benzer işlemler yapılmaktadır. Gözlemlere sıra sayıları verilmekte ve daha sonra sıra sayılarına parametrik testler uygulanmaktadır. Hizalanmış sıra sayıları işlemi de bunlardan bir tanesidir. Bir faktörün belirli bir seviyesindeki etkisi için hizalama, ortalama veya medyan gibi bir konum ölçüsüne ait tahmin değerinin her bir gözlemden çıkarıldığını ima eder. Böylece istenen ana ve/veya etkileşim etkilerine göre hizalanan bu verilere sıra sayıları verilir ve bu hizalanmış sıra sayılarına parametrik testler uygulanır.<sup>15</sup> Hizalama işleminde hesaplama kolaylığı ve alternatifleri kadar güçlü olmasından dolayı ortalama kullanılması önerilmektedir. Peterson, konum tahmini için altı alternatifini karşılaştırmış ve ortalama ile medyanın en iyi tahmin ediciler olduğu sonucuna varmıştır.<sup>9</sup> Etkileşim için parametrik olmayan teste ihtiyaç duyan problemler, araştırmaların çoğunda sıklıkla ortaya çıkmaktadır. Bu tür durumların çoğunda, parametrik olmayan testler güç, etkinlik veya Tip 1 hata yanlışlıkları açısından klasik parametrik testlerden daha iyi özelliklere sahip olmasına rağmen etkileşimlerin parametrik olmayan testi için prosedürler standart istatistiksel paketlerin modüllerine dâhil edilmemiştir.<sup>16</sup> Genel olarak, sıra sayıları dönüşüm işleminde, orijinal gözlemler kendi sıra sayılarıyla değiştirilmektedir. Önemlilik testleri, sıra sayılarına ait bazı istatistiklerin hesaplanması ve bu şekilde elde edilen test istatistiklerinin kritik değerler tablosunda yer alan değerler ile karşılaştırma yapılarak gerçekleştirilmektedir.<sup>17</sup> Denekler arası ve denekler içi faktörlerin etkileşimi birçok uygulamada ilgi çekicidir. Çünkü eğitimsel deneylerde, etkileşim tipik olarak bir tedavi grubu için elde edilen farklı kazanımları temsil eder. Psikolojik ve gelişimsel araştırmalarda etkileşim, bağımsız grupların paralel profillerinin olup olmadığını veya özdeş büyüme eğrileri gösterip göstermediğini, genetik deneylerde ise tipik olarak farklı genotiplere sahip organizmalar için büyüme oranlarını göstermektedir. Çeşitli çalışmalarda, sıralamadan önce verilerin hizalanmasının, faktöriyel tasarımlarda konum parametreleri arasındaki etkileşimlerin daha iyi test edilmesini sağladığı gösterilmiştir.<sup>6</sup> Faktöriyel tasarımlar, her biri çeşitli seviyelerde olabilecek farklı faktörlerin etkilerini değerlendirmek için yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu etkiler, tipik olarak ana etkiler ve etkileşim etkileri şeklinde ayrı ayrı modellenmektedir. Örneğin 2 faktörün söz konusu olduğu durum için model,

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + e_{ijk} \quad (1)$$

$$i = 1, \dots, a \quad j = 1, \dots, b \quad k = 1, \dots, n_{ij}$$

$Y_{ijk}$  :  $A$  faktörünün  $i$ nci düzeyi ile  $B$  faktörünün  $j$ nci düzeyindeki  $k$ ncı gözlem değeri,  
 $\alpha_i$  :  $A$  faktörünün  $i$ nci düzeyinin etkisi,  
 $\beta_j$  :  $B$  faktörünün  $j$ nci düzeyinin etkisi,  
 $\alpha\beta_{ij}$ :  $A$  faktörünün  $i$ nci düzeyi ile  $B$  faktörünün  $j$ nci düzeyi arasındaki etkileşim etkisi,  
 $e_{ijk}$  : rastgele hata,

şeklinde yazılmaktadır.<sup>18</sup> Eşitlik 1 ile verilen modelin geçerli olduğu deney tasarımının söz konusu olduğu durumlarda hizalanmış değerler,

$$Y_{ijk}(\text{hizalanmış}) = Y_{ijk} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_j + \bar{Y} \quad (2)$$

$\bar{Y}_i$  :  $A$  faktörünün  $i$ nci düzeyine ait ortalama,  
 $\bar{Y}_j$  :  $B$  faktörünün  $j$ nci düzeyine ait ortalama,  
 $\bar{Y}$  : genel ortalama,

eşitliği kullanılarak elde edilmektedir.<sup>15</sup> Bölünmüş parsel (split plot) tasarımlar için ise model,

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \pi_{k(i)} + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \pi'_{k(i)} + e_{ijk} \quad (3)$$

$i = 1, \dots, a$   $j = 1, \dots, b$   $k = 1, \dots, n$

$Y_{ijk}$  :  $i$ nci ana parselin  $j$ nci alt parselindeki  $k$ ncı gözlem değeri,  
 $\alpha_i$  :  $i$ nci ana parsel etkisi,  
 $\beta_j$  :  $j$ nci alt parsel düzeyinin etkisi,  
 $\alpha\beta_{ij}$  :  $i$ nci ana parsel ile  $j$ nci alt parsel arasındaki etkileşim etkisi,  
 $\pi_{k(i)}$  : ana parsellere ait hata,  
 $\pi'_{k(i)}$  : alt parsellere ait hata,  
 $e_{ijk}$  : genel hata,

şeklinde yazılmaktadır.<sup>18</sup> Eşitlik 3 ile verilen modelin geçerli olduğu deney tasarımının söz konusu olduğu durumlarda hizalanmış değerler,

$$Y_{ijk}(\text{hizalanmış}) = Y_{ijk} - \bar{Y}_{i.k} - (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}) \quad (4)$$

$\bar{Y}_{i.k}$  :  $i$ nci ana parselde yer alan her bir alt parseldeki  $k$ ncı gözlemden elde edilen gözlemlere ait ortalama,  
 $\bar{Y}_{ij.}$  :  $i$ nci ana parseldeki  $j$ nci alt parsel ortalaması,

$\bar{Y}_{i..}$  : *i*nci ana parsele ait ortalama,  
 $\bar{Y}_{.j.}$  : *j*nci alt parsele ait ortalama,  
 $\bar{Y}_{...}$  : genel ortalama,

eşitliği kullanılarak elde edilmektedir.<sup>5</sup> Tekrarlı ölçüm içeren tasarımlar için ise model,

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + d_{j(i)} + \beta_k + (\alpha\beta)_{ik} + e_{ijk} \quad (5)$$

$i = 1, \dots, t \quad j = 1, \dots, s \quad k = 1, \dots, r$

$Y_{ijk}$  : *i*nci denemede *j*nci bireye ait *k*nci tekrar değeri,  
 $\alpha_i$  : *i*nci deneme etkisi,  
 $\beta_k$  : *k*nci ölçüm etkisi,  
 $\alpha\beta_{ik}$  : *i*nci deneme ile *k*nci tekrar etkileşimi,  
 $d_{j(i)}$  : *i*nci denemede *j*nci bireyin etkisi,  
 $e_{ijk}$  : rastgele hata,

şeklinde yazılmaktadır. Eşitlik 5 ile verilen modelin geçerli olduğu deney tasarımının söz konusu olduğu durumlarda hizalanmış değerler,

$$Y_{ijk}(\text{hizalanmış}) = Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{.k} + \bar{Y}_{...} \quad (6)$$

$\bar{Y}_{ij.}$  : *j*nci bireyin *i*nci denemede tekrarlanan ölçümlerinin ortalaması,  
 $\bar{Y}_{.k}$  : *k*nci tekrara ait ortalama (tüm denekler ve denemeler üzerinden),  
 $\bar{Y}_{...}$  : genel ortalama,

eşitliği kullanılarak elde edilmektedir.<sup>19</sup> Ana etkiler ( $\alpha_i$  ve  $\beta_k$ ) ve etkileşim ( $\alpha\beta_{ik}$ ) için istatistiksel çıkarsamada bulunurken normal dağılım teorisi kullanılır. Bu uygulama, normallik varsayımı bozulsa bile asimptotik olarak doğru olmasına rağmen varyanslar homojen olmadığında doğru değildir. Normallik varsayımı üzerine geliştirilmiş istatistikler aykırı değerlere karşı duyarlıdır. Aykırı değerlerin etkisini nötralize etmek için sıra sayıları esasına dayalı bir dizi yöntem önerilmiştir.<sup>20</sup>

## BULGULAR

### UYGULAMA-1

İki yönlü varyans analizinde, sıra sayıları yaklaşımının kullanımına ilişkin önerilen son yöntem olan sıra sayıları dönüşüm işleminde, test edilenler dışındaki tüm etkilerin etkisi veriler sıralanmadan ve varyans analizi uygulanmadan önce çıkarılır. İlgilenilen her etki için hizalama, sıralama ve test gerektiren yinelemeli bir işlemdir. İşleme ilişkin adımlar örnek bir uygulama ile birlikte aşağıda verilmiştir. Örnek için kullanılan veriler tamamen rastgele türetilmiş verilerdir.

**Adım 1:** Çalışmada dikkate alınan her bir faktör düzeyi için gözlem değerlerine ait ortalamalar hesaplanır.

Faktör Düzeyleri		Faktör A		Ortalama
		$A_1$	$A_2$	
Faktör B	$B_1$	6	2	$B_1 = 4,0$
		1	3	
		7	2	
		8	1	
		9	1	
	$B_2$	1	1	$B_2 = 3,4$
		2	3	
		3	2	
		3	7	
		4	8	
Ortalama	$A_1 = 4,4$	$A_2 = 3,0$	$\bar{Y} = 3,7$	

**Adım 2:** Hizalama için her bir gözlem değerinden ilgili faktör düzeylerinin ortalamaları çıkartılır, genel ortalama eklenir.

Faktör Düzeyleri		Faktör A	
		$A_1$	$A_2$
Faktör B	$B_1$	$6-4-4,4+3,7=1,3$	$2-4-3+3,7=-1,3$
		$1-4-4,4+3,7=-3,7$	$3-4-3+3,7=-0,3$
		$7-4-4,4+3,7=2,3$	$2-4-3+3,7=-1,3$
		$8-4-4,4+3,7=3,3$	$1-4-3+3,7=-2,3$
		$9-4-4,4+3,7=4,3$	$1-4-3+3,7=-2,3$
	$B_2$	$1-3-4-4,4+3,7=-3,1$	$1-3-4-3+3,7=-1,7$
		$2-3-4-4,4+3,7=-2,1$	$3-3-4-3+3,7=0,3$
		$3-3-4-4,4+3,7=-1,1$	$2-3-4-3+3,7=-0,7$
		$3-3-4-4,4+3,7=-1,1$	$7-3-4-3+3,7=4,3$
		$4-3-4-4,4+3,7=-0,1$	$8-3-4-3+3,7=5,3$

**Adım 3:** İkinci adımda elde edilen hizalanmış değerler küçükten büyüğe doğru sıralanır ve bu değerlere karşılık gelen sıra sayıları belirlenir. Aynı değer birden fazla sayıda tekrar ediyorsa denk gelen sıra sayılarının aritmetik ortalaması sıra sayısı olarak kullanılır.

Hizalanmış değerler	-3,7	-3,1	-2,3	-2,3	-2,1	-1,7	-1,3	-1,3	-1,1	-1,1
Sıra sayısı	1	2	3,5	3,5	5	6	7,5	7,5	9,5	9,5
Hizalanmış değerler	-0,7	-0,3	-0,1	0,3	1,3	2,3	3,3	4,3	4,3	5,3
Sıra sayısı	11	12	13	14	15	16	17	18,5	18,5	20

**Adım 4:** Orijinal gözlem değerleri yerine, 3. adımda elde edilen ve ilgili gözlem değerine karşılık gelen hizalanmış değerlere ait sıra sayıları yerleştirilir.

Faktör Düzeyleri		Faktör A		Ortalama
		$A_1$	$A_2$	
Faktör B	$B_1$	15	7,5	$B_1 = 10,15$
		1	12	
		16	7,5	
		17	3,5	
		18,5	3,5	
	$B_2$	2	6	$B_2 = 10,85$
5		14		
9,5		11		
9,5		18,5		
13		20		
Ortalama		$A_1 = 10,65$	$A_2 = 10,35$	

**Adım 5:** Dördüncü adımda elde edilen verilere varyans analizi yöntemi uygulanır.

	Değişim kaynağı	Kareler toplamı	Serbestlik derecesi	$p$ değeri
Dönüşümden önce	$AxB$ etkileşimi	45,00	1	0,010
	Hata	85,60	16	
	Genel	416,00	20	
Dönüşümden sonra	$AxB$ etkileşimi	204,80	1	0,016
	Hata	455,30	16	
	Genel	2868,00	20	

## UYGULAMA-2

Eşitlik 5 ile ifade edilen ve tekrarlı ölçüm içeren durum için bir proje kapsamında elde edilmiş kan oksijen doygunluğu değerleri kullanılmıştır. Çalışmada elde edilen değerlerin bir bölümü [Tablo 1](#)'de yer almaktadır.

**TABLO 1:** Kan oksijen doygunluğu değerleri.

	Birey	Ölçüm Günleri					Genel Ortalama
		Gün 0	Gün 1	Gün 3	Gün 5	Ortalama	
İlaç A ( $n = 29$ )	1	87	93	92	94	91,50	92,46
	2	93	93	94	94	93,50	
	3	84	99	95	96	93,50	
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
	27	95	99	92	94	95,00	
	28	96	96	95	97	96,00	
	29	83	83	90	93	87,25	
İlaç B ( $n = 30$ )	30	96	95	99	96	96,50	91,27
	31	87	85	85	90	86,75	
	32	93	93	85	94	91,25	
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
	57	89	96	74	94	88,25	
	58	87	92	89	84	88,00	
	59	96	96	93	88	93,25	
Genel ortalama		89,93	91,74	92,47	93,25		91,85

[Tablo 1](#)'de verilen veriler için İlaç\*Gün etkileşiminin test edilebilmesi ancak tekrarlı ölçüm düzenlerinde varyans analizi yöntemi ile mümkündür. Varyans analizinin uygulanabilmesi için ise verilerin normal dağılıma sahip olması gerekir. Yapılan normallik test sonuçları [Tablo 2](#)'de verilmiştir.

**TABLO 2:** Normallik testi sonuçları.

	Gün	Grup	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
			İstatistik	SS	p değeri	İstatistik	SS	p değeri
Dönüşümden önce	Gün 0	İlaç A	0,101	29	0,200	0,879	29	0,003
		İlaç B	0,133	30	0,186	0,960	30	0,306
	Gün 1	İlaç A	0,188	29	0,010	0,894	29	0,007
		İlaç B	0,180	30	0,015	0,763	30	0,000
	Gün 3	İlaç A	0,159	29	0,058	0,878	29	0,003
		İlaç B	0,175	30	0,020	0,882	30	0,003
Gün 5	İlaç A	0,280	29	0,000	0,707	29	0,000	
	İlaç B	0,133	30	0,183	0,962	30	0,354	
Dönüşümden sonra	Gün 0	İlaç A	0,164	29	0,046	0,885	29	0,004
		İlaç B	0,189	30	0,008	0,869	30	0,002
	Gün 1	İlaç A	0,094	29	0,200	0,961	29	0,358
		İlaç B	0,110	30	0,200	0,940	30	0,093
	Gün 3	İlaç A	0,121	29	0,200	0,982	29	0,889
		İlaç B	0,121	30	0,200	0,952	30	0,192
	Gün 5	İlaç A	0,113	29	0,200	0,929	29	0,051
		İlaç B	0,121	30	0,200	0,928	30	0,043

SS: Standart sapma.

[Tablo 2](#)'den de görüldüğü üzere dönüşüm öncesi veriler normal dağılıma sahip değildir. Ancak dönüşüm sonrası verilerin dağılımı büyük oranda normal dağılıma sahip hâle gelmiştir. Eşitlik 6 ile verilen hizalama işlemi sonucu elde edilen değerlere sıra sayıları verilmiş, sonuçlar [Tablo 3](#)'te gösterilmiştir.

**TABLO 3:** Hizalanmış verilere ait sıra sayıları.

	Birey	Ölçüm Günleri				
		Gün 0	Gün 1	Gün 3	Gün 5	Ortalama
İlaç A (n = 29)	1	36	168,5	104	153	115,38
	2	163,5	91	104	76	108,63
	3	5	227	143,5	153	132,13
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	27	184	218,5	25	38	116,38
	28	184	111,5	62,5	91	112,25
	29	44	19,5	186,5	222	118,00
İlaç B (n = 30)	30	163,5	65,5	181,5	55	116,38
	31	190,5	61	42	177,5	117,75
	32	213,5	177,5	6	158	138,75
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	57	202	233,5	2	222	164,88
	58	148	218,5	126	12,5	126,25
	59	225	203	79,5	7	128,63

[Tablo 3](#)'te verilen sıra sayılarına tekrarlı ölçüm düzenlerinde varyans analizi yöntemi uygulanmış ve sonuçlar [Tablo 4](#)'te karşılaştırmalı olarak verilmiştir.



**TABLO 4:** Varyans analizi sonuçları.

	Değişim Kaynağı	F	p değeri
Dönüşümden önce	Gün	7,198	0,000
	İlaç	1,394	0,243
	İlaçxgün etkileşimi	0,786	0,503
Dönüşümden sonra	Gün	0,227	0,878
	İlaç	0,465	0,498
	İlaçxgün etkileşimi	0,847	0,470

## TARTIŞMA

Faktöriyel analiz için çok sayıda deneysel tasarım ve istatistiksel yöntem geliştirilmiştir. Bu tür analizlerde, ana etkilerin ve etkileşimlerin anlamlılıklarının birbirlerinden bağımsız olarak değerlendirildikleri unutulmamalıdır. Deneme desenlerinde kullanılan istatistiksel analizler için geliştirilen istatistiksel yöntemlerin bir kısmı normallik varsayımına dayanırken, bir kısmı da bu varsayımdan kaynaklanan herhangi bir kısıtlama olmaksızın parametrik olmayan bir perspektiften geliştirilmiştir. Parametrik olmayan yöntemler olarak isimlendirilen bu yöntemler, etkileşim sorununu bir kenara bırakarak sadece ana etkilerin incelenmesine odaklanmaktadır.<sup>21</sup> Parametrik olmayan yöntemlerin kullanıldığı faktöriyel deneme desenlerinde etkileşim teriminin önemlilik testi için literatürde çeşitli yöntemler önerilmektedir. Önerilen yöntemlerden biri, sıra sayıları dönüşümünün uygulanmasıdır. Ancak yapılan çalışmalar ile sıra sayıları dönüşüm işleminin etkileşim etkileri için yanlış sonuçlar ürettiği ve faktöriyel tasarımlar için uygun olmadığı gösterilmiştir. Önerilen yöntemlerden bir diğeri ise hizalanmış sıra sayıları dönüşüm yöntemidir. Literatürde bu yöntemin hem ana etkiler hem de etkileşim terimi için doğru parametrik olmayan çözümler sağladığı belirtilmektedir. Yöntem, her bir gözlem değeri yerine o gözlem değerine karşılık gelen sıra sayısının atanmasından önce ana etkiler veya etkileşim için verileri “hizalayan” bir ön işlem adımına dayanmaktadır. İstatistikte veri hizalama, etkilerin marjinal anlamda tahmin edildiği, gözlem değerinin hizalama işlemi yapılan etkinin dışındaki diğer tüm etkilerin etkisinden sıyrılmasını sağlayan yerleşik bir işlemdir.<sup>22</sup> Hizalama, gözlem değerinin aldığı değerler ortaya çıkmasında rol oynayan etkilere ait ortalamaların her bir gözlem değerinden çıkarılmasıyla yapılmaktadır. Sıra sayılarından elde edilen istatistikleri test etmek için normal dağılım teorisine dayalı F-testleri kullanıldığında, orijinal gözlem değerleri ile bunlara karşılık gelen sıra sayılarının asimptotik dağılımlarının aynı olup olmadığı sorusu ortaya çıkmaktadır. Salter ve Fawcett, hizalanmış sıra sayıları işlemi için bu testlerin geçerli olduğunu göstermiştir.<sup>7,23</sup> Etkileşim için önemlilik testi yapılırken hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemi, veriler klasik varsayımları karşıladığında da sağlam (robust) ve neredeyse F-testi kadar güçlüdür. Bu varsayımlar ihlal edildiğinde ise hizalanmış sıra sayıları işlemi dikkate alınarak gerçekleştirilen F-testi, klasik F-testinden önemli ölçüde daha güçlüdür.<sup>7</sup> Hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemi dikkate alan testler, istatistik literatüründe büyük ilgi görmektedir. Araştırma bulguları sonucunda, hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemlerinin klasik varyans analizindeki işlemlere karşı bilinen en iyi alternatifler olduğu ve normallik varsayımlarının şüpheli olduğu durumlarda kullanılması gerektiği sonucuna varılmıştır.<sup>2,15,16,24</sup> Bu dönüşüm işleminin çok faktörlü deneme desenleri için geniş çapta uygulanabilir olduğu güçlü, sağlam, kullanımı ve yorumlanması kolay testler ürettiği ifade edilmektedir. Hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemi, parametrik olmayan tekniklerin faktöriyel deney tasarımlarına uygulanmasından kaynaklanan olumsuzlukları ortadan kaldırmak amacıyla geliştirilmiştir. İşlem, hem ana etkileri hem de etkileşimi dikkate alan etkili bir parametrik olmayan yöntemdir.<sup>13</sup> Hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işleminin asimptotik sonuçlarının, doğru anlamlılık düzeyleri verdiği ve yapılan simülasyon çalışmaları ile yöntemin orta büyüklükte örneklem için yaklaşık olarak doğru seviyeleri veren testler sağladığı gösterilmiştir.<sup>3</sup> Tip 1 hata ve güç göz önüne alındığında ağır kuyruklu (heavy-tailed) veya aykırı değer içeren dağılımlar için hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemi genellikle kabul edilmektedir. Ancak değişen varyanslılık, eşit olmayan örnek büyüklükleri, güçlü çarpık dağılımlar ve kesikli değerler söz konusu olduğunda ise Tip 1 hatanın aşırı derecede büyüdüğü belirtilmektedir.<sup>25</sup> Kategorik değişkenler ve

etkileşimler bağımsız değişken olarak modelde yer alabilir, ancak sürekli değişkenler yer alamaz. Ayrıca veri dağılımları büyük ölçüde çarpık, heterojen, eşit olmayan örneklem büyüklüğüne sahipse veya kesikli (Likert tipi gibi) ise dikkatli olunması önerilmektedir.<sup>26</sup> Dolayısıyla hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işleminin deneyimsiz kullanıcılar tarafından uygulanması biraz zor olabilir. Hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemi sonrasında gerçekleştirilen varyans analizi, klasik varyans analizi yöntemine alternatif görünmektedir. Normallik varsayımının sağlanmadığı durumlarda etkileşim teriminin test edilmesinde araştırmacılar tarafından hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemi uygulanmalıdır.

## SONUÇ

Literatürde yer alan yayınların gerek sayısı gerekse elde edilen bulgular dikkate alındığında, genel sonuç olarak, etkileşim terimlerinin test edilmesinde hizalanmış sıra sayıları dönüşüm işlemleri içeren testlerin özellikle örneklem büyüklüğü küçük olduğunda veya gözlemlerin dağılımının normallikten aşırı derecede ayrılması durumunda parametrik testler için parametrik olmayan alternatifler olduğu söylenebilir.

### Finansal Kaynak

*Bu çalışma sırasında, yapılan araştırma konusu ile ilgili doğrudan bağlantısı bulunan herhangi bir ilaç firmasından, tıbbi alet, gereç ve malzeme sağlayan ve/veya üreten bir firma veya herhangi bir ticari firmadan, çalışmanın değerlendirme sürecinde, çalışma ile ilgili verilecek kararı olumsuz etkileyebilecek maddi ve/veya manevi herhangi bir destek alınmamıştır.*

### Çıkar Çatışması

*Bu çalışma ile ilgili olarak yazarların ve/veya aile bireylerinin çıkar çatışması potansiyeli olabilecek bilimsel ve tıbbi komite üyeliği veya üyeleri ile ilişkisi, danışmanlık, bilirkişilik, herhangi bir firmada çalışma durumu, hissedarlık ve benzer durumları yoktur.*

### Yazar Katkıları

*Bu çalışma hazırlanırken tüm yazarlar eşit katkı sağlamıştır.*

## KAYNAKLAR

1. Leys C, Schumann S. A nonparametric method to analyze interactions: The adjusted rank transform test. *Journal of Experimental Social Psychology*. 2010;46(4):684-8. [\[Crossref\]](#)
2. Dumer E. Effective analysis of interactive effects with non-normal data using the aligned rank transform, ARTool and SAS® University edition. *Horticulturae*. 2019;5(3):57; doi: 10.3390/horticulturae5030057. [\[Crossref\]](#)
3. Higgins JJ, Tashtoush S. An aligned rank transform test for interaction. *Nonlinear World*, 1994; 1 (2): 201-11. [\[Link\]](#)
4. Saste SV, Sananse SL, Sonar CD. On parametric and nonparametric analysis of two factor factorial experiment. *Int J Appl Res*. 2016;2(7):653-6. [\[Link\]](#)
5. Higgins JJ, Blair RC, Tashtoush S. The aligned rank transform procedure. 2nd Annual Conference Proceedings. Conference on Applied Statistics in Agriculture. New Prairie Press; 1990. p.185-95 [\[Crossref\]](#)
6. Beasley TM, Zumbo BD. Aligned rank tests for interactions in split-plot designs: distributional assumptions and stochastic heterogeneity. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*. 2009;8(1):16-50. [\[Crossref\]](#)
7. Salter KC, Fawcett RF. The art test of interaction: a robust and powerful rank test of interaction in factorial models. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 1993;22(1):137-53. [\[Crossref\]](#)
8. Beasley TM. Multivariate aligned rank test for interactions in multiple group repeated measures designs. *Multivariate Behavioral Research*. 2002;37(2):197-226. [\[Crossref\]](#)
9. Peterson K. Six modifications of the aligned rank transform test for interaction. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*. 2002;1(1):100-9. [\[Crossref\]](#)
10. Lei X, Holt JK, Beasley TM. Aligned rank tests as robust alternatives for testing interactions in multiple group repeated measures designs with heterogeneous covariances. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*. 2004;3(2):462-75. [\[Crossref\]](#)
11. Richter SJ, Payton ME. An improvement to the aligned rank statistic for two factor analysis of variance. *J Appl Stat Sci*. 2005;14(3/4):225-35. [\[Link\]](#)
12. Mansouri H. Multifactor analysis of variance based on the aligned rank transform technique. *Computational Statistics & Data Analysis*. 1999;29(2):177-89. [\[Crossref\]](#)
13. Mansouri H, Paige RL, Surlis JG. Aligned rank transform techniques for analysis of variance and multiple comparisons. *Communications in Statistics-Theory and Methods*. 2004;33(9):2217-32. [\[Crossref\]](#)
14. Sawilowsky SS. Nonparametric tests of interaction in experimental design. *Review of Educational Research*. 1990;60(1):91-126. [\[Crossref\]](#)

15. Feys J. New nonparametric rank tests for interactions in factorial designs with repeated measures. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*. 2016;15(1): 78-99. [\[Crossref\]](#)
16. Oliver-Rodríguez JC, Wang XT. Non-parametric three-way mixed ANOVA with aligned rank tests. *Br J Math Stat Psychol*. 2015;68(1):23-42. [\[Crossref\]](#) [\[PubMed\]](#)
17. Blair RC, Sawilowsky SS, Higgins JJ. Limitations of the rank transform statistic in tests for interactions. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 1987;16(4):1133-45. [\[Crossref\]](#)
18. Richter SJ, Payton ME. Nearly exact tests in factorial experiments using the aligned rank transform. *Journal of Applied Statistics*. 1999;26(2):203-17. [\[Crossref\]](#)
19. Bryan JJ. Rank transforms and tests of interaction for repeated measures experiments with various covariance structures. PhD Thesis. Stillwater: Oklahoma State University; 2009.
20. Akritas MG, Arnold SF, Brunner E. Nonparametric hypotheses and rank statistics for unbalanced factorial designs. *Journal of the American Statistical Association*. 1997;92(437):258-65. [\[Crossref\]](#)
21. Salazar-Alvarez MI, Tercero Gómez VG, Temblador MDC, Cordero Franco AE, Conover W. Nonparametric analysis of interactions: A review and gap analysis. In: Guan Y, Liao H, eds. *Proceedings of Proceedings of the 2014 Industrial and Systems Engineering Research Conference*. Vol. 1. Montreal, Canada: Curran Associates, Inc; 2014. p.2910-7.
22. Wobbrock JO, Findlater L, Gergle D, Higgins JJ. The aligned rank transform for nonparametric factorial analyses using only ANOVA procedures. In: *Proceeding of ACM CHI 2011. Conference on Human Factors in Computing Systems*. 2011. p.143-6. [\[Crossref\]](#)
23. Luepsen H. The aligned rank transform and discrete variables: A warning. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 2017;46(9):6923-36. [\[Crossref\]](#)
24. Sawilowsky SS, Blair RC, Higgins JJ. An investigation of the type I error and power properties of the rank transform procedure in factorial ANOVA. *Journal of Educational Statistics*. 1989;14(3):255-67. [\[Crossref\]](#)
25. Luepsen H. Comparison of nonparametric analysis of variance methods: a vote for van der Waerden. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 2018;47(9):2547-76. [\[Crossref\]](#)
26. Mangiafico SS. How should we analyze Likert item data? *Journal of the NACAA*. 2019;12(2): 1-8. [\[Link\]](#)